La Secretaría de Educación Pública y Cultura del Gobierno del Estado de Sinaloa, el Centro de Ciencias de Sinaloa, la Universidad Tecnológica de Culiacán, el Ayuntamiento de Culiacán a través de la Coordinación General Municipal de Educación y el Instituto MIA, el Instituto Sinaloense de la Juventud, el Instituto de Apoyo a la Investigación e Innovación, la Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas A.C., Capítulo Sinaloa

CONVOCAN

A los estudiantes de 5° y 6° grados de primaria y nivel secundaria a participar en la

8 OLIMPIADA ESTATAL DE MATEMÁTICAS

Bajo las siguientes BASES:

PARTICIPANTES.

podrán participar alumnos del sistema educativo estatal inscritos en el ciclo 2019 - 2020 que cursen su educación primaria nacidos después del 31 de agosto del año 2006 y los que cursen su educación secundaria nacidos después del 31 de agosto de 2005, en cualquiera de las modalidades educativas, oficiales o particulares.

I. CATEGORÍAS.

a) Alumnos inscritos en quinto o sexto grado de primaria.
b) Alumnos inscritos en primer grado de secundaria.
c). Alumnos inscritos en segundo grado de secundaria.
d) Alumnos inscritos en tercer grado de secundaria.

II. ETAPAS.

A) INTRAMUROS (ESCUELA) cada escuela diseñará y aplicará su examen, antes del **22 de noviembre de 2019**. Se levantará acta de los resultados en los siguientes términos. en primaria, firmada por el director(a) de la escuela, en secundaria, por el coordinador académico y el director de la escuela. En la relación de los alumnos participantes, y se entregará a la supervisión escolar correspondiente para la etapa de zona escolar. Pasarán a la siguiente etapa los dos primeros lugares de cada categoría.

B) ZONA ESCOLAR: cada zona escolar aplicará su examen antes del **20 de diciembre de 2019.** Se levantará acta de resultados firmada por los representantes y directores de las escuelas participantes, anexando la relación de los alumnos participantes y se entregará al área académica de su nivel. Pasarán a la siguiente etapa los dos primeros lugares de cada categoría.

C) REGIONAL (preselectivo estatal): se aplicará un examen el **30 de Enero de 2020, a las 10:00 horas**, en las regiones y ciudades señaladas en la siguiente tabla.

REGIÓN	SEDE	MUNICIPIOS
NORTE	LOS MOCHIS	Ahome, El Fuerte, Choix
CENTRO-NORTE	GUASAVE	Guasave, Sinaloa, Salvador Alvarado, Angostura, Mocorito
CENTRO	CULIACÁN	Culiacán, Navolato, Cosalá, Badiraguato, Elota
SUR	MAZATLÁN	Mazatlán, Concordia, San Ignacio, Rosario, Escuinapa

Cada región establecerá un comité responsable de la organización, que se encargará de seleccionar la sede y la logística para la aplicación del examen.

El examen será diseñado y evaluado por el Comité de Olimpiadas de la Delegación Nacional de Profesores de Matemáticas A.C. Capítulo Sinaloa.
En esta etapa se seleccionarán a los 15 alumnos con mayor puntaje por categoría en la entidad, considerando todas las sedes, para integrar un preselectivo estatal.

D) ETAPA ESTATAL: se aplicará un examen a los alumnos del preselectivo estatal, en la ciudad de Culiacán, Sinaloa, en las instalaciones de la sede temporal del Centro de Ciencias de Sinaloa, Universidad Tecnológica de Culiacán, ubicada en Ciudad Educadora Sustentable del Saber, carretera a Imala Km. 2, a las 10:00 horas, el 28 de febrero de 2020. Para inscribir a los alumnos ganadores en esta etapa, la escuela de origen deberá presentar un expediente con la siguiente documentación.

- Copia de acta de nacimiento.
- Constancia de estudios certificada por el director de la escuela, con o sin fotografía.
- Copia de la Clave Única de Registro de Población (CURP)
- Carta de autorización de padres de familia o tutores.

Se seleccionará a los participantes que obtengan los dos más altos puntajes de cada categoría. Se levantará acta de resultados firmada por la comisión evaluadora. La premiación se realizará el día 26 de marzo de 2020 a las 11:00 horas, en el Instituto MIA. Los estudiantes ganadores de la etapa estatal representarán a Sinaloa en la XX Olimpiada Nacional de Matemáticas.

III. INFORMES.

Centro de Ciencias de Sinaloa
Prof. Silverio Camarena Garay
Tel. (667) 7599000
Email:
silveriocamarenagaray@gmail.com

IV. RECONOCIMIENTOS.

se otorgará constancia electrónica de participación a cada alumno en la etapa estatal.

V. Los casos no previstos en esta convocatoria serán resueltos por el comité académico de la olimpiada.

Culiacán Rosales, Sinaloa, México, Octubre de 2019.

Juan Alfonso Mejía López
Secretario de Educación Pública y Cultura

Luis Arturo León Tavera
Director General del Centro de Ciencias de Sinaloa

“La importancia de la narrativa en los procesos de construcción y validación de estrategias matemáticas”

A manera de análisis para concretar algunos aspectos sobre las construcciones de aprendizajes matemáticos, expondremos un análisis sencillo y breve sobre la importancia de los procesos narrativos elaborados por los alumnos donde manifiestan las estrategias de construcción de conceptos matemáticos.

Sfard, habla sobre la importancia de describir mediante discursos matemáticos en lugar de analizar objetos matemáticos. Comenta que uno de los métodos para prescindir del uso de los objetos es el cambio a otras estrategias como el dibujo y la enumeración de las piezas en la pizarra.

Al compartir de forma grupal las estrategias utilizadas por los estudiantes al resolver el problema planteado, permite que el resto del colectivo fortalezca, valide o rechace los propios,

La teoría de Sfard resuelve muchos dilemas que han molestado a la gente sobre teorías cognitivas participacionista y de grupo, tales como: ¿cómo pueden existir ideas, discursos y agrupaciones sociales más que en las mentes individuales? Proporciona información detallada análisis de cómo la gente participa en los discursos de las comunidades, al menos dentro del dominio de los discursos de matemáticas, tanto a nivel local e histórico. Se da cuenta de algunas formas básicas en las que surge el aprendizaje individual de las actividades de colaboración.

Indica cómo el significado (situado en el uso lingüístico) puede ser encapsulada en símbolos. Explica cómo los niños aprenden y que la creatividad es posible, al tiempo que sugiere maneras de crianza y estudia el aprendizaje.

Sfard nos ha hecho el gran servicio de llevar al "giro lingüístico" la filosofía del siglo XXI (especialmente Wittgenstein) en la ciencia del aprendizaje, elabora su perspectiva sobre el ejemplo de un reto de la educación matemática. Ella muestra la forma de ver los conceptos matemáticos y el aprendizaje del alumno como fenómenos discursivos en vez de objetos mentales.

Esta filosofía pone al descubierto el uso imperante de estrategias de redacción, donde se integre el dominio procedimental y de abstracción, mediante la manifestación lógica y coherente de procesos de resolución, así como el manejo de estrategias matemáticas.

Dentro de las exigencias para la interpretación de las narrativas descritas por los alumnos y colectivos, exige del docente un dominio pleno de los conceptos abordados, esto permite identificar si las estrategias planteadas son las más adecuadas.

Las connotaciones anteriores se observan en la discusión de Sfard sobre la perspectiva que debe permanecer en el investigador, define que es correcto que el análisis requiere la comprensión de los datos desde perspectivas distintas de las de los participantes, por ejemplo, al analizar las estructuras de la dinámica de interacción y las trayectorias individuales, su visión debe ser amplia y completa. Sin embargo, es importante diferenciar esta perspectiva analítica (que todavía entiende y se basa en su comprensión de la creación de significado). El analista debe entender primero el discurso con el fin de "explorar" desde el metadiscurso y ser competente para hacerlo.

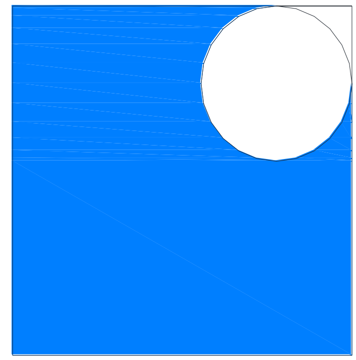
REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

Mathematical Discourse as Group Cognition, *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses and mathematizing* (Sfard, 2008).

Material de apoyo para la olimpiada de matemáticas nivel segundo de secundaria

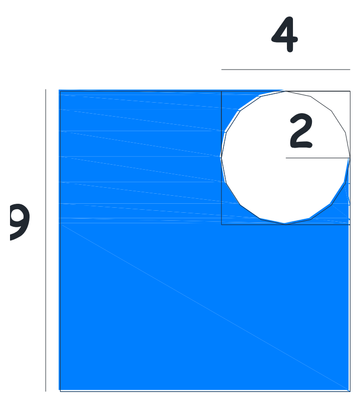
1. El Cuadrado tiene una longitud de 9cm. El círculo el cuál es tangente a dos lados del cuadrado tiene como radio 2 cm.

¿Cuál es el área de la región sombreada?



Solución:

Construimos un cuadrado con los lados de longitud 4 cm. En la esquina superior del cuadrado más grande, como se muestra en la figura.



El área de la región entre el pequeño cuadrado y el círculo es $16 - \pi 2^2\ cm^2$, así el área de la región no sombreada, en la esquina superior derecha es,

$$\frac{1}{4}(16 - 4\pi) = \frac{16}{4} - \frac{4\pi}{4} cm^2$$

$$\frac{16}{4} - \frac{4\pi}{4} = 4 - \pi$$

Luego el área de la región no sombreada en la figura es:

$$4\pi + (4 - \pi) = 3\pi + 4cm^2$$

Entonces el área de la región sombreada es:

$$81\pi - 3\pi - 4 = 78\pi - 4cm^2$$

2. En la sucesión siguiente, obtenga los siguientes dos términos, de la sucesión.

$$\frac{5}{3}, 2, \frac{11}{3}, \frac{17}{3}, \frac{28}{3}, 15, \frac{73}{3}, \frac{118}{3}, \frac{191}{3}, 103, \blacksquare, \blacksquare$$

Solución:

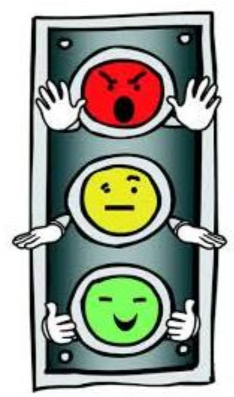
Los próximos dos términos son: $\frac{500}{3}$ y $\frac{809}{3}$

Es la sucesión de Fibonacci; por ejemplo:

$$\frac{191}{3} + 103 = \frac{191}{3} + \frac{3}{3}(103)$$

$$\frac{191}{3} + \frac{309}{3} = \frac{500}{3}$$

3. Un semáforo tarda 45 segundos en verde, 4 segundos en amarillo y 30 segundos en rojo, siguiendo ese orden. Si a las 7:00 a.m. el semáforo cambia a verde, ¿de qué color estará a las 2:34 p.m.?



Solución:

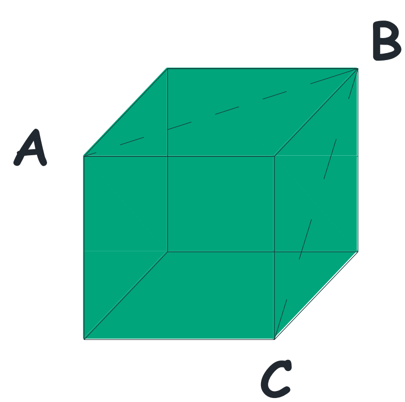
Al momento de que el semáforo cambia a verde, tienen que transcurrir 79 segundos para que esto vuelva a ocurrir.

Si el semáforo cambia a verde a las 7 en punto, entonces han pasado 7 horas 34 minutos cuando den las 2:34 p.m.

Convirtiendo en segundos tenemos 7(3600) + 34(60) = 27240 segundos trascurridos.

Dividiendo entre 79 vemos que han pasado 344 ciclos de 79 segundos y aún sobran 64 segundos, si a éstos les quitamos los 45 segundos que tarda el verde y los 4 que tarda el amarillo nos quedan 15 segundos, por lo tanto el semáforo está en rojo.

4. Encuentra la medida del ángulo ABC formado por los segmentos punteados del cubo que está en la figura siguiente.



Solución:

Si se traza la diagonal AC, se forma un triángulo equilátero, entonces el ángulo ABC mide 60 grados.

5. Si ab = 3 y $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2$. ¿Cuál es el valor de $a^2 + b^2$?

Solución:

Tenemos que: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = 2$

De aquí que: $a + b = 2(ab) = 2(3) = 6$

$\Rightarrow (a+b)^2 = 6^2 = 36$

$\Rightarrow a^2 + 2ab + b^2 = 36$

$\Rightarrow a^2 + b^2 = 36 - 2ab = 36 - 2(3) = 36 - 6$

$\Rightarrow a^2 + b^2 = 30$

6. Inés eligió cuatro dígitos distintos del conjunto {1,2,3,4,5,6,7,8,9}. Formó con ellos todos los posibles números de cuatro dígitos distintos y los sumó. Si el resultado es 193314, ¿cuáles son los cuatro dígitos que eligió Inés?

Solución:

Sean a,b,c,d los cuatro números que eligió Inés.

Con ellos formó 24 números:

6 que inician con a

6 que inician con b

6 que inician con c

6 que inician con d

Observemos que cada número abcd lo podemos escribir como 1000a+100b+10c+d, luego al sumar los 24 números tendremos que:

6000a + 600a + 60a + 6a + 6000b + … + 6000d + 600d + 60d + 6d = 193314

6666(a + b + c + d) = 193314

a + b + c + d = 29

Luego, tenemos que buscar 4 dígitos entre 1 y 9 que sumados nos den 29.

Estos números son 9, 8, 7 y 5.

7. El terreno familiar es de forma circular de radio 200m. La parte central de radio 50m se destinó para recreación y una tercera parte del resto se va a cercar para sembrar. Si el costo de sembrar es de $20.00 por metro cuadrado y de cercar es de $50.00 el metro. ¿Cuánto se va a gastar?

Solución:

Área = $\frac{\pi 200^2 - \pi 50^2}{3} = \frac{\pi(200^2 - 50^2)}{3} = \frac{\pi 37500}{3} \cong 39269.9$

Costo de sembrar = 20(Área) ≅ 785398.1

Perímetro = $\frac{\pi 400 + \pi 100}{3} + 2(200 - 50) \cong 823.6$

Costo de cercar = 50(Perímetro) ≅ 41180

Costo Total ≅ 826578.1

8. Hay sesenta pájaros en las ramas de tres árboles. En cierto momento, del primer árbol se van 6 pájaros, del segundo 8 y del tercero 4. Y quedan la misma cantidad de pájaros en cada árbol. ¿Cuántos pájaros había en el segundo árbol al comienzo?

Solución

Sean

x = Número de pájaros en el primer árbol

y = Número de pájaros en el segundo árbol

z = Número de pájaros en el tercer árbol

Se sabe que:

$x + y + z = 60$

$x - 6 = y - 8 = z - 4$

Procedimiento

$x - 6 + y - 8 + z - 4 = x + y + z - 18 = 60 - 18 = 42$

$x - 6 = y - 8 = z - 4 = 42/3 = 14$

$y - 8 = 14$

$y = 14 + 8$

y = 22

9. Tres personas suben en la planta baja al ascensor de un edificio que tiene 5 pisos. ¿De cuántas maneras diferentes pueden ir saliendo del ascensor si en ningún piso baja más de una persona?

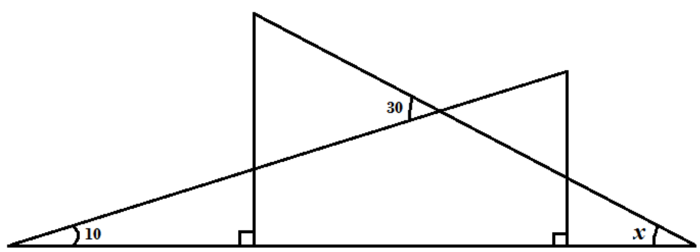
Solución:

Identificar el problema como un problema de combinatoria.

Elegir los tres pisos, donde se bajaran las 3 personas, de 5 pisos: $\binom{5}{3} = \frac{5!}{3!2!}$

Tomar en cuenta que si interesa el orden: 3!

6.- Dada la siguiente figura, encontrar el valor de $\boldsymbol{x}$.



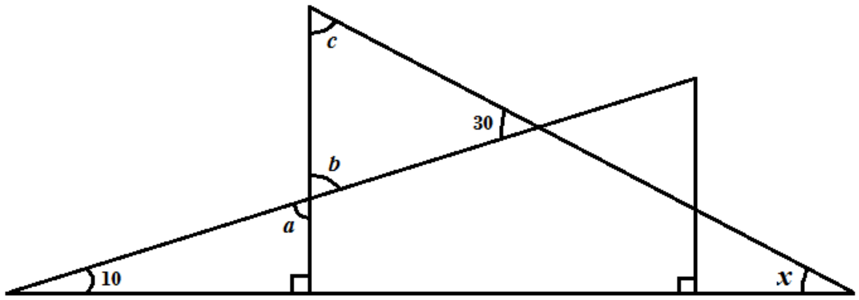
Solución:

Utilizar propiedades:

Suma de ángulos internos de un triángulo = 180

Ángulos opuestos por el vértice

Ángulos alternos internos y/o externos



a = 90 - 10 = 80
b = a = 80
c = 180 - 30 - b = 180 - 30 - 80 = 70
x = 90 - c = 90 - 70 = 20
x = 20

10. Un grupo de seguidores del equipo de futbol Dorados contrató un autobús para seguir a su equipo. Si el autobús se hubiera llenado, cada uno habría pagado $140.00; pero quedaron 16 lugares vacíos y el viaje costó $180.00 para cada uno. ¿Cuántos lugares tenía el autobús?

Solución:

Modelo

Sea T el total de plazas del autobús

180(T-16) = 140T

Despeje

180T – 2880 = 140T

180T – 140T = 2880

40T = 2880

T = 72

11. Se tienen dos tipos de cafés: café tipo A y café tipo B. El café tipo A tiene un precio de $116.00 por kg, el café tipo B tiene un precio desconocido. Si mezclamos 11 kg del café tipo A con 9 kg del café tipo B, se obtiene una mezcla cuyo precio por Kg es $117.80 ¿Cuál será el precio de un kg del café tipo B?

Solución:

Modelo

Sea P el precio por kilogramo del café tipo B

Tenemos que:

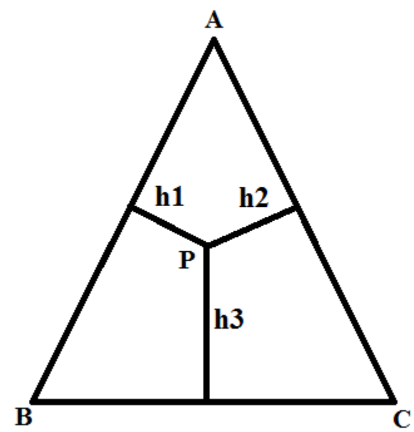
11(116) + 9(P) = 117.8(11+9)

1276 + 9P = 2356

9P = 1080

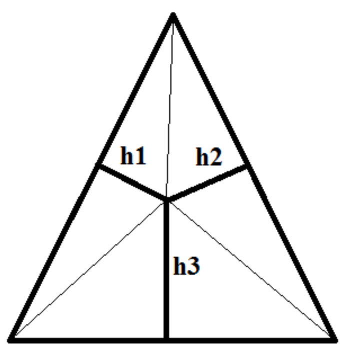
P = 120

12. Sea ABC un triángulo equilátero de lado 2 y P un punto cualquiera dentro del triángulo. Ahora, trazamos perpendiculares de P a cada uno de los lados del triángulo (h1, h2, h3), ¿cuánto mide la suma de las longitudes de estas perpendiculares?



Solución:

Llamemos h1, h2, y h3 a las perpendiculares desde P a cada uno de los lados del triángulo. Si trazamos las rectas que van de cada uno de los vértices del triángulo al punto P se forman tres triángulos cuyas áreas son 2h1/2=h1, 2h2/2=h2 y 2h3/2=h3.

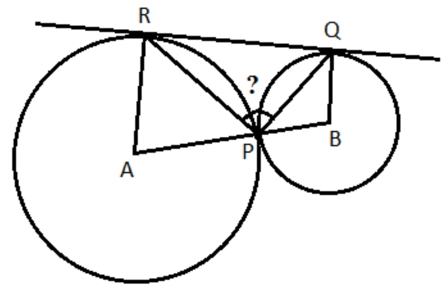


Pero la suma de cada una de las áreas es igual al área del triángulo ABC = $\frac{2\sqrt{3}}{2}$ = $\sqrt{3}$.

Luego

h1 + h2 + h3 = $\sqrt{3}$

13. **En la figura, las circunferencias son tangentes en P y la recta es tangente a las circunferencias en Q y R, si A y B son los centros de las circunferencias respectivamente. Encuentra el valor del ángulo QPR.**



Solución:

Si A y B son los centros de las circunferencias, tenemos que A, P y B son colineales, y los radios AR y BQ son perpendiculares a la recta tangente.

Además los triángulos APR y BQP son isósceles.

Sean α = <APR = <ARP y β = <BQP = <BPQ.

Como α + <PRQ = 90^o = β + <PQR.

Se tiene que, α + β + <QPR = 180^o y <PRQ + <PQR + <QPR = 180^o.

<PRQ + <PQR + <QPR = 180^o = (α + <PRQ) + (β + <PQR) = α + β + <PRQ + <PQR

<QPR = α + β

Por otro lado

180^o = α +<QPR + β

180^o = α + (α + β) + β

180^o = 2α + 2β = 2(α + β)

α + β = 90^o

Por último tenemos que: **<QPR = 90^o**

14. **¿Cuáles son los últimos cuatro dígitos de 3^{2005}?**

Solución:

$3^{2005} = 3(3^{2004}) = 3(3^2)^{1002} = 3(10\text{-}1)^{1002}$

$$= 3(10^{1002} - \frac{1002}{1}10^{1001} + \frac{1002*1001}{1*2}10^{1000} - \ldots - \frac{1002*1001*1000}{1*2*3}10^3 + \frac{1002*1001}{1*2}10^2 - \frac{1002}{1}10 + 1)$$

Para conocer los últimos cuatro dígitos necesitamos únicamente los 3 últimos términos ya que el coeficiente de 10^3 es múltiplo de 10. Tales términos se pueden simplificar como:

$3(501*1001*10^2 – 1002*10 + 1) = 3(501501*10^2 – 10020 + 1)$

$= 3(50150100 – 10020 + 1)$

= … **0243**.

15. Un árbol injertado produce peras y manzanas. En un momento dado tiene 15 peras y 30 manzanas. Solamente se pueden cortar los frutos por parejas, pero cuando se cortan dos frutas del mismo tipo nace una manzana y cuando se cortan dos frutas distintas, nace una pera. ¿Qué fruta es la que nace después de cortar la última pareja de frutas?

Solución:

Observemos que el número de peras no cambia de paridad cuando se cortan dos frutas. Es decir, si se cortan dos frutos del mismo tipo nace una manzana, pero la paridad del número de peras es la misma, y si se cortan dos frutos de tipo distinto, crece una pera, por lo que el número de peras es el mismo que antes de cortar el fruto.

También notemos que en cada paso se cosechan dos frutas y brota una, lo que reduce en uno el número de frutas.

Al inicio hay 45 frutas, después de 44 pasos nos queda 1 fruta que tiene que ser pera.

16. Encuentra todos los números entre 50 y 150 tales que si les restas 3 unidades y luego los divides entre 5 unidades, tienen residuo cero y el cociente es múltiplo de 7.

Solución:

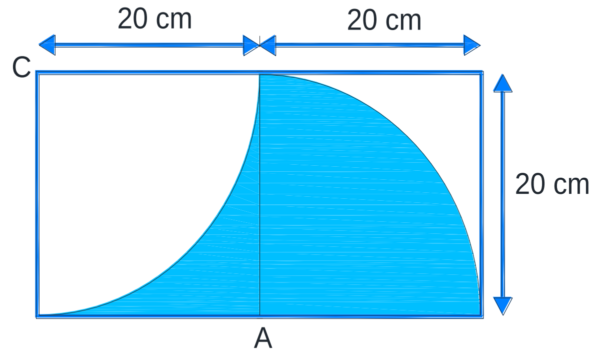
Los números en cuestión son: 53,58,63,68,…,148
Restándole 3 y dividiendo entre 5 nos quedan los siguientes números: 10,11,…,29
Múltiplos de 7 : 14,21,28

17. Una maestra tiene 5 dulces de distintos sabores y 6 paletas de distintos sabores (11 golosinas). De cuántas maneras puede la maestra darle un dulce a cada uno de sus 2 alumnos aplicados y una paleta a cada una de sus 3 alumnas aplicadas?

Solución:

Para darle dulce al primer alumno tiene 5 opciones y para el segundo le quedarán 4 opciones. Luego, para la primera alumna tiene 6 opciones, para la segunda 5 y para la tercera 4. Entonces, el total de formas distintas de realizar la repartición es: $(5 \times 4) \times (6 \times 5 \times 4) = 2400$

18. Los muchachos miran las figuras caprichosas que se forman en el piso con los mosaicos que lo recubren. Daniela llama a sus amigos para decirles que le gustaría saber el perímetro y el área de la figura que se forma con las líneas de dos mosaicos: un segmento de recta y dos arcos. Todos ponen atención a la figura que Daniela señala y deciden apoyarla. Cada uno de los mosaicos que están observando mide 20 cm. De lado y tiene marcado un arco. El dibujo muestra la figura que señala Daniela, los arcos se trazan apoyándose en el vértice C y en el vértice A. ¿Cómo calcularías el área y el perímetro de la figura sombreada?



Solución:

El área azul de uno de los cuadrados, es complemento del área azul del otro.
Juntas las dos áreas azules, forman un cuadrado.
Por lo cual sería área de un cuadrado de 20 Cm X 20 Cm = **400 cm^2**

El perímetro de una circunferencia es $2\pi r$.
Como tenemos dos cuartas partes de una circunferencia, el perímetro quedaría señalado de la siguiente forma:

$$Perímetro\ de\ la\ figura\ azul = \frac{2\pi r}{4} + \frac{2\pi r}{4} + 20cm + 20cm = \frac{\pi r}{2} + \frac{\pi r}{2} + 40cm = \pi r + 40cm$$

19. Marcela colecciona fotos de deportistas famosos. Cada año el número de sus fotos es la suma de las cantidades de fotos de los dos años anteriores. En 2014 tenía 60 fotos y en 2015, 96. ¿Cuántas fotos tenía en 2012?
Solución:

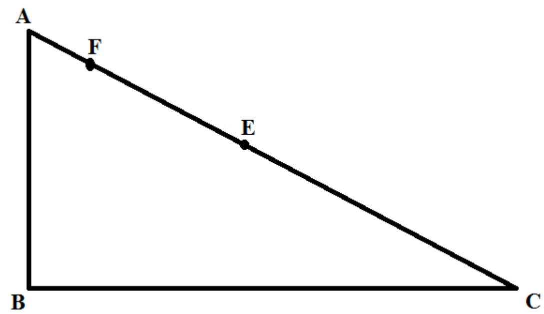
Procedimiento:
X: cantidad de fotos en el 2012
Y: cantidad de fotos en el 2013
Z: cantidad de fotos en el 2014
W: cantidad de fotos en el 2015
Se sabe que:
Z = X + Y
W = Z + Y
Z = 60
W = 96
Entonces
W – Z = 96 – 60 = 36 y W – Z = (Z + Y) – (X + Y) = Z – X
$\Rightarrow$ Z – X = 36
$\Rightarrow$ 60 – X = 36
$\Rightarrow$ X = 60 -36
$\Rightarrow$ X = 24

20. **Piensa un número y súmale 3. Multiplica el resultado por 2; a éste réstale 2; divide entre 2 la cantidad obtenida; a este resultado súmale 1 por último resta el número que pensaste. ¿El resultado es 3? Encuentra la justificación algebraica.**

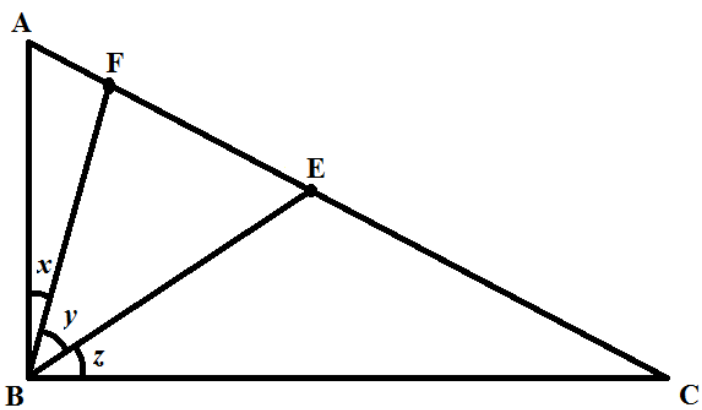
Solución:

La expresión algebraica es: $\frac{2(x+3)-2}{2} + 1 - x = ¿\,3?$

21. **En el triángulo ABC, con ángulo recto en B, los puntos E y F están en AC de tal manera que AE=AB y CF=CB. ¿Cuánto mide el ángulo EBF?**



Solución:



Sabemos que el triángulo ABE es isósceles $\Rightarrow$ $\angle E = x+y$
Sabemos que el triángulo CBF es isósceles $\Rightarrow$ $\angle F = y+z$
Sabemos que el triángulo ABC es rectángulo $\Rightarrow$ $90 = x+y+z$

Entonces tenemos que:

$y + \angle E + \angle F = 180 \Rightarrow y + (x + y) + (y + z) = 180$

$\Rightarrow x + 3y + z = 180$

Además $x + y + z = 90$

$\Rightarrow 2y = 90$

$\Rightarrow y = 45$

45º

22. **Susana cortó una hoja de papel, en 10 partes. Vianey toma solo un pedazo, de los que cortó Susana, y lo cortó a su vez en 10 partes, Maritza toma algunos pedazos de los que cortó Susana y los cortó también en 10 partes. Si al final quedaron 46 pedazos que forman toda la hoja de papel ¿Cuántos pedazos cortó Maritza?**

Solución:

Susana rompió la hoja en 10 partes.

Luego Vianey toma solo uno de estos 10 pedazos, por lo tanto el número de Susana se reduce a 9 pedazos.

Este pedazo que toma Vianey lo corta en 10 partes.

Entre los cortes de Susana y Vianey tendríamos:

$$9 pedazos + 10\ pedazos = 19\ pedazos$$

Al tomar Maritza uno de estos 19 pedazos de los de Susana , lo reduce a 18 pedazos y lo corta en 10 pedazos más.

Es decir: $8\ pedazos + 10\ pedazos + 10\ pedazos = 28\ pedazos$

Al tomar otro pedazo de Susana y romperlo en 10 pedazos, reduce los de Susana.

Es decir: $7\ pedazos + 10\ pedazos + 10\ pedazos + 10\ pedazos = 37\ pedazos$

Como al final la hoja se conforma de 46 pedazos, solo le resta a Maritza tomar uno más de los que rompió Susana y romperlo en 10 pedazos.

Es decir: $6\ pedazos + 10 pedazos + 10 pedazos + 10 pedazos + 10 pedazos = 46\ pedazos$

Este proceso lo realiza Maritza tres veces, por lo tanto ella rompe tres pedazos.

23. En un grupo de segundo de secundaria hay 40 estudiantes, en el examen de matemáticas. El promedio de las calificaciones de las mujeres fue de 70 puntos y el de los hombres 60 puntos. El promedio del grupo fue de 66 puntos.
¿Cuántas mujeres y cuantos hombres hay en el grupo?

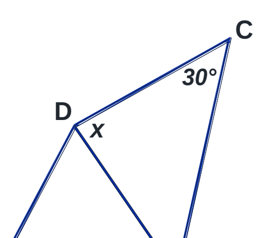
Solución:

Llamemos ***x*** el número de hombres.
Entonces el número de mujeres es ***40-x***.
La suma de las calificaciones de las mujeres es ***(40-x)70***
Y la suma de las calificaciones de los hombre es ***60x.***
Entonces tenemos que la suma de calificaciones totales es:

$$\mathbf{(40 - x)70 + 60x = 66(40)}$$
$$\mathbf{2800 - 70x + 60x = 2640}$$
$$\mathbf{-10x = -160}$$

de donde ***x=16***. Es decir, hay ***16*** hombres y ***24*** mujeres.

24. Se tiene la siguiente figura:



Si $\overline{AB} = \overline{CD}$, ¿Cuánto vale el ángulo *x*?

Solución:

Como $\measuredangle \boldsymbol{BAD} + \measuredangle \boldsymbol{DBA} = \mathbf{130}^0$ tenemos que $\measuredangle \boldsymbol{BDA} = \mathbf{50^0}$,

Es decir, el triángulo ***BDA*** es isósceles, con $\overline{\boldsymbol{AB}} = \overline{\boldsymbol{BD}}$.

Como $\overline{\boldsymbol{AB}} = \overline{\boldsymbol{CD}}$ tenemos que $\overline{\boldsymbol{BD}} = \overline{\boldsymbol{CD}}$.

De donde $\measuredangle \boldsymbol{DBC} = \measuredangle \boldsymbol{BCD} = \mathbf{30}^0$

Entonces $\boldsymbol{X} = \mathbf{180}^0 - \mathbf{30}^0 - \mathbf{30}^o$

$$\boldsymbol{X} = \mathbf{120}^0$$

25. La suma de los pesos de: dos tornillos, tres clavos y una tuerca; es de 50 gramos, en el mismo sentido, la suma de: un tornillo dos clavos y dos tuercas; pesan 70 gramos. ¿Cuánto pesará la suma de cinco tornillos, nueve clavos y siete tuercas?

Solución: Representemos un tornillo con la letra a, un clavo con la letra b, y una tuerca con la letra c.

Representemos mediante un modelo algebraico:

Ecuación 1: $\boldsymbol{2a + 3b + c = 5}$

Ecuación 2: $\boldsymbol{a + 2b + 2c = 7}$

Si multiplicamos la segunda ecuación por 3, obtenemos lo siguiente:

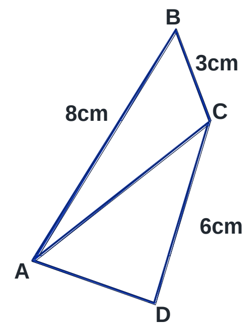
$$\boldsymbol{3a + 6b + 6c = 21}$$

A este resultado le sumamos la primera ecuación, obtenemos:

$$\boldsymbol{5a + 9b + 7c = 26}$$

Así que cinco tornillos, nueve clavos, y 7 tuercas pesan 26 gramos.

26. En la siguiente figura, los triángulos ABC y ACD tienen el mismo perímetro.
¿Cuántos centímetros mide $\overline{AD}$?



Solución:

El $\overline{AC}$ es colindante, en el triángulo ***ABC*** y el triángulo ***ACD***.

Por otro lado tenemos que, el perímetro del triángulo ***ABC*** es:

$$P_{ABC} = 8 + 3 + \overline{AC}$$

Al igual el perímetro del triángulo ***ACD*** es:

$$P_{ACD} = 6 + \overline{AD} + \overline{AC}$$

Como el perímetro es igual;

$$P_{ABC} = P_{ACD}$$

$$8 + 3 + \overline{AC} = 6 + \overline{AD} + \overline{AC}$$

$$8 + 3 = 6 + \overline{AD}$$

$$8 + 3 - 6 = \overline{AD}$$

$$8 + 3 - 6 = \overline{AD}$$

$$5 = \overline{AD}$$

27. Una araña teje su telaraña en el marco de una ventana, cada día teje el doble de lo que tejió el día anterior. Si en 15 días teje la ventana completa.

a).- ¿Qué fracción del área de la ventana debió tejer el primer día?

b).- Si hoy viernes 17 de febrero la araña terminó de tejer la ventana ¿Qué día la comenzó a tejer?

Solución:

a) Partiendo que la araña debe tejer el siguiente día el doble del día anterior, sin destruir lo que se tejió un día antes.

Hacemos la siguiente tabla:

Día	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
Fracción de la ventana que teje al día	**X**	**2X**	**4X**	**8X**	**16X**	**32X**	**64X**	**128X**							

Lo construido desde el primer día se ira acumulando es decir:

X+2X+4X+8X+16X+32X+64X+128X+ . . .

Pero esto debe ser igual a 1, porque el quinceavo día se tejió la ventana completa.

Es decir: X+2X+4X+8X+16X+32X+64X+128X+ . . . =1

De aquí podremos sacar la variable como un factor común:

X(1+2+4+8+16+32+64+128+…) =1

Se observa un patrón de comportamiento

Primer día	$1 = 2^{0}$
Segundo día	$2 = 2^{1}$
Tercer día	$4 = 2^{2}$
Cuarto día	$8 = 2^{3}$
Quinto día	$16 = 2^{4}$
Sexto día	$32 = 2^{5}$
Séptimo día	$64 = 2^{6}$
Octavo día	$128 = 2^{7}$
. . .	. . .
Quinceavo día	$= 2^{14}$

Generalizando tenemos:

$$\sum_{1}^{15} 2^{n-1}$$

De aquí tenemos que: X $\left(\sum_{1}^{15} 2^{n-1}\right) = 1$

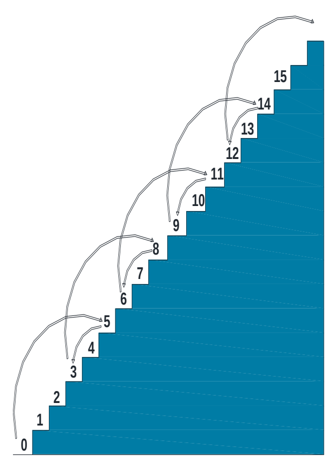
El primer día, Inicia tejiendo esta fracción

$$\frac{1}{\sum_{1}^{15} 2^{n-1}} = X$$

b) Viernes 3 de febrero.

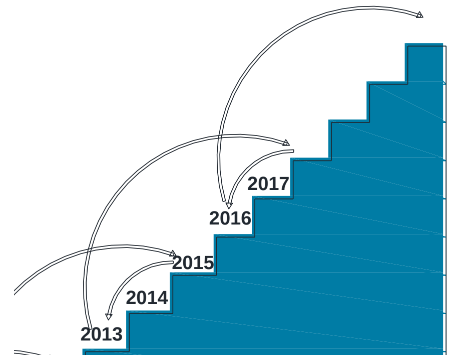
28. Una escalera tiene numerados los escalones como 0, 1, 2, 3, 4, …, 2017. Una rana está en el escalón 0; salta 5 escalones hacia arriba hasta el escalón 5 y luego 2 para abajo hasta el escalón 3; después sigue saltando alternando 5 escalones hacia arriba y 2 hacia abajo.

¿Cuáles de los escalones numerados con, 2014, 2015, 2016, 2017 no pisa la rana?



Solución:

Representemos de manera gráfica los saltos de la rana:



Observemos que los escalones que toca son:

0, 3,5,6,8,9,11,12, 14, 15, 17, …, 2017

Los escalones que toca cuando retrocede, son múltiplos de tres.

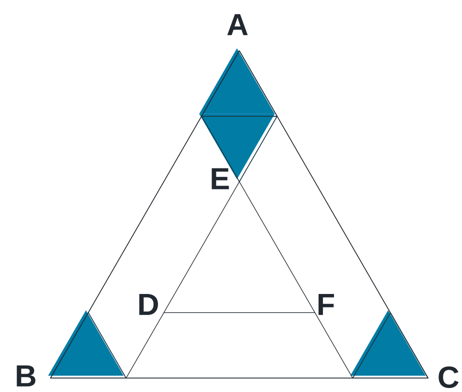
Es decir: 0, **3**,5,**6**,8,**9**,11,**12**, 14, **15**, 17, …

De los números 2014, 2015, 2016 y 2017 el único que es múltiplo de tres es 2016. Por lo tanto lo toca cuando retrocede, siguiendo con el comportamiento gráfico en la rana.
Así que no pisa la rana el escalón 2014, y 2017.

29. Suponga que la suma de las áreas de los triángulos equiláteros sombreados es igual, al área del triángulo equilátero DEF.

Además en el triángulo DEF, $\overline{DF} = 1$ y altura $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

¿Cuánto vale el área del triángulo ABC?

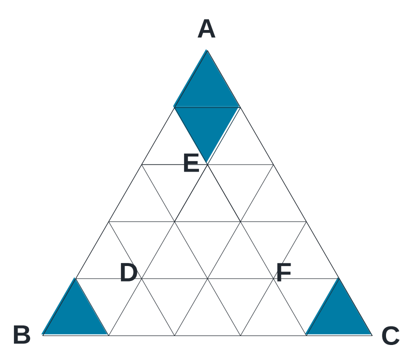


Solución:

El triángulo ABC se compone de 25 triángulos pequeños equiláteros.
La altura del triángulo DEF es $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Por lo cual la distancia en $\overline{AE}$ es $\frac{\sqrt{3}}{2}$, y la altura de un triángulo pequeño equilátero es $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

La base en el triángulo DEF es 1, de aquí que la base del triángulo pequeño es $\frac{1}{2}$.



Así el área de un triángulo pequeño es $\frac{Bxh}{2} = \frac{(\frac{1}{2})(\frac{\sqrt{3}}{4})}{2}$

$$= \frac{\sqrt{3}}{16}$$

Como el triángulo ABC está formado por 25 triángulos pequeños, su área es la siguiente:

$$= \frac{25\sqrt{3}}{16}$$

30. ¿De cuantas formas se pueden sentar diez personas en diez sillas numeradas del 1 al 10?

Solución:

En el asiento # 1 se puede sentar cualquiera de las diez personas;

Para cada elección de la primera persona, en el asiento # 2 se puede sentar cualquiera de las nueve personas restantes;

Así en las dos primeras sillas el número de elecciones posibles es 10x9= 90. Continuemos de manera análoga.

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

En cada una de las sillas son las posibles reacomodos de las personas, solo resta multiplicar.

10 X 9 X 8 X 7 X 6 X 5 X 4 X 3 X 2 X 1 = 3628800

31. Un encuestador se dirige a una casa en donde es atendido por una mujer.

¿Cantidad de hijos? – dijo el encuestador
Tres hijas – contestó ella
¿Edades? – preguntó el encuestador
El producto de las edades es 36 y la suma es igual al número de la casa – responde ella.
El encuestador se va, pero al rato vuelve y le dice a la mujer que hacen falta datos, la mujer se queda pensando y le responde:

Tiene razón, a la mayor le gusta el chocolate.

¿Qué edades tienen las hijas?

Solución:

Edades posibles

1x1x36=36 y 1+1+36=38

1x2x18=36 y 1+2+18=21

1x3x12=36 y 1+3+12=16

1x4x9=36 y 1+4+9=14

1x6x6=36 y 1+6+6=13

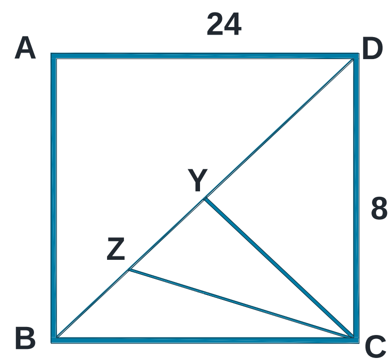
2x2x9=36 y 2+2+9=13

2x3x6=36 y 2+3+6=11

3x3x4=36 y 3+3+4=10

El encuestador sabía el número de la casa (lo podía ver). Si tuvo dudas es que existían dos soluciones, esto nos deja 2 posibilidades: 1,6,6 y 2,2,9.

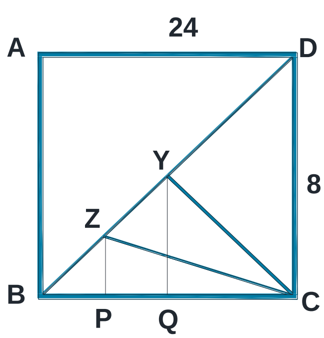
Y como existe una hermana mayor entonces la solución es 2,2,9



32. En el rectángulo ABCD, como se muestra en la figura, Y es punto medio de $\overline{BD}$, Z es punto medio de $\overline{BY}$, $\overline{AD} = 24$ y $\overline{CD} = 8$

¿Cuál es el área del triángulo ZYC?

Solución:



Sea $\overline{ZP}$ y $\overline{YQ}$ alturas de los triángulos BZC y BYC, respectivamente.

Luego los triángulos BZP y BYQ son semejantes y por lo tanto $\frac{\overline{ZP}}{\overline{YQ}} = \frac{1}{2}$, ya que Z es punto medio de $\overline{BY}$

Como $\overline{YQ} = \frac{\overline{CD}}{2} = 4$ entonces $\overline{ZP}$ = 2

Luego, el área del triángulo ZYC es igual al área del triángulo BYC menos el área del triángulo BZC,

Es decir, el área es $\frac{24.4}{2} - \frac{24.2}{2} = 24$

33. Si $4^x - 4^{x-1} = 24$, además $(2^2)^x = 4^x$, ¿Cuánto vale $(2x)^x$?

Solución:

Tenemos que $4^x - 4^{x-1} = 24$

$$4^x - 4^x.4^{-1} = 24$$

Factorizando el término común: $4^x(1 - 4^{-1}) = 24$

$$4^x\left(\frac{3}{4}\right) = 24$$

$$4^x = \frac{24}{\frac{3}{4}} = \frac{(4)(24)}{3} = 32$$

32 lo puedo expresar $2^5 = (2)(2)(2)(2)(2)$

Pero $(2^2)^x = 4^x$

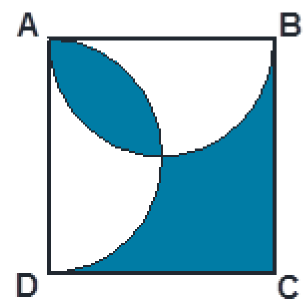
De aquí puedo decir que $(2^2)^x = 2^5$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

De donde $(2x)^x = 5^{\frac{5}{2}}$

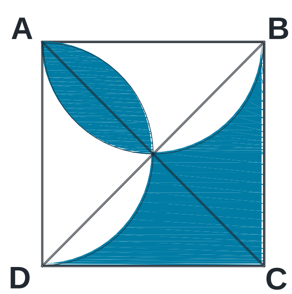
34. En la figura ABCD es un cuadrado y los dos semicírculos tienen diámetros AB y AD. Si AB = 2, ¿Cuál es el área de la región sombreada?



Solución:

Tracemos una diagonal desde el punto B hasta el punto D

Y desde el punto A hasta el punto C



Observamos en la figura que el área donde se intersectan los dos semicírculos, es igual al área que falta para completar el triángulo BCD.

Como la longitud de un segmento es de 2, y dice que es un cuadrado

Entonces, solo se calcula el área del triángulo.

Área de la región sombreada $= \frac{(DC)(BC)}{2}$

$$\acute{A}rea\ de\ la\ regi\acute{o}n\ sombreada = 2\ unidades\ cuadradas$$

35. Para numerar las páginas de un libro, puedo utilizar 2018 dígitos. ¿Cuántas páginas máximas puedo numerar en el libro?

Solución:

Considerando los dígitos del 1 al 9, se numeran las primeras nueve páginas, a partir de la página diez, se requieren **dos** dígitos, por ejemplo:

10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, en ellos observamos que son veinte 20 dígitos.

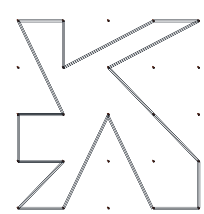
Igualmente para la página 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29 son veinte dígitos observando que se presenta un patrón de comportamiento hasta la página 99.

A partir de la página 100 se requieres **tres** dígitos, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, el comportamiento es de cado treinta dígitos.

Páginas numeradas	Dígitos utilizados
9	9
10- 99	180
100 -199	300
200 -299	300
300 - 399	300
400 -499	300
500 - 599	300
600 - 699	300
700 -708	27
Total	2016 dígitos

Número máximo de páginas numeradas es: 708 páginas.

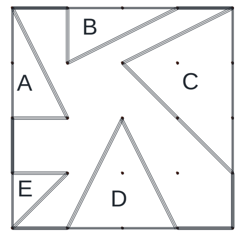
36. Calcula el área de la siguiente figura. (La longitud entre poste y poste es de 1 cm.).



Solución:

Calcular el área de un cuadrado de 4x4, el área es de 16 cm^2

Calcular por separado cada uno de los triángulos como lo indica la figura:



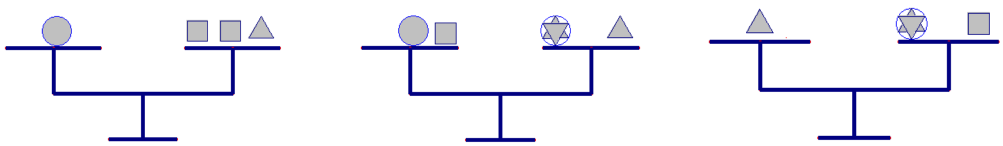
Es decir el triángulo **A** su área es: $1cm^2$, el triángulo **B** su área es: $1cm^2$, el triángulo **C** su área es: $3cm^2$, el triángulo **D** su área es: $2cm^2$, el triángulo **E** su área es: $\frac{1}{2}cm^2$

El área de la figura que nos presenta el problema original, sería una diferencia entre el área del cuadrado y las áreas de los triángulos.

Es decir: 16 $cm^2 - 1cm^2 - 1cm^2 - 3cm^2 - 2cm^2 - \frac{1}{2}cm^2$

Área de la figura original = $8\frac{1}{2}cm^2$

37. Observa la siguiente figura y encuentra cuántos cuadrados pesan lo mismo que un círculo.



Solución:

Sea x = peso del círculo;

y = peso del cuadrado;

z = peso del triángulo;

w= peso de la estrella inscrita.

Esto implica que:

Ecuación 1 - x = 2y + z

Ecuación 2 - x + y = w + z

Ecuación 3 - z = w + y

Restando la ecuación 3 a la ecuación dos tenemos que:

x + y – z = z – y

Esto implica que:

2z = x + 2y

z = (1/2)x + y

Sustituyendo en la Ecuación 1 tenemos que:

x = 2y + (1/2)x + y

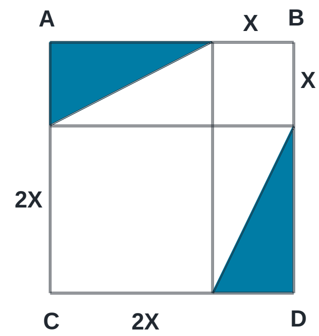
Esto implica que:

x = 6y

Es decir

Un círculo pesa lo mismo que 6 cuadrados

38. **Si ABCD es un cuadrado unitario, encuentra el área de la región no sombreada.**



Solución:

Existen varias soluciones en este problema.

Como el cuadrado es unitario, su área es $1unidad^2$

Y su longitud en cada lado es de 1 unidad, de acuerdo a la figura;

1Unidad = 3X, es decir:

$X = \frac{1}{3}$

De aquí calculo el área de un triángulo sombreado.

$\frac{(2\text{X})(\text{X})}{2} = X^2$

Es decir $X^2 = \frac{1}{9}$

Como son dos triángulos sombreados, el área de la suma de ellos es: $\frac{2}{9}$

Entonces la parte no sombreada es el área total del cuadrado menos el área de los triángulos sombreados.

Es decir:

$$1Unidad^2 - \frac{2}{9}Unidad^2 = \frac{7}{9}Unidad^2$$

39. **Un programa de computadora descifra claves secretas en tiempo récord. Una agencia de investigación necesita descubrir un código de 5 dígitos y 3 letras, y en ese orden. Se sabe que la computadora emplea una milésima de segundo en analizar cada código, ¿Si la computadora comienza hoy 19 de enero a las 10:00 de la mañana, en que día a más tardar crees tú que la computadora develara el código secreto (fecha y hora)? (Nota el código no debe empezar con cero y las letras no se deben repetir en un alfabeto de 26 letras).**

Solución:

Determinar las posibilidades numéricas:

(9)(10)(10)(10)(10) = 90,000

Determinar las posibilidades alfabéticas:

(26)(25)(24) = 15,600

Acoplar todas las posibilidades:

(9)(10)(10)(10)(10)(26)(25)(24) = 1,404,000,000

Determinación del tiempo:

$$\frac{1404000000}{1000} = 1404000\ seg = 23400\ minutos = 390\ horas = 16.25\ días = 16\ días\ 6\ horas$$

Encontrar la fecha exacta:

4 de febrero a las 16:00 hrs. (cuatro de la tarde)

40. ¿Cuál es el dígito de las unidades que tiene la siguiente suma: $(\mathbf{1^2+1})+(\mathbf{2^2+2})+\cdots+(\mathbf{2018^2+2018})$?

Solución:

$$(1^1+1)+(2^2+2)+(3^2+3)+(4^2+4)+(5^2+5)+(6^2+6)+(7^2+7)+(8^2+8)+(9^2+9)+(10^2+10)+\cdots+(2015^2+2015)+(2016^2+2016)+(2017^2+2017)+(2018^2+2018)$$

Realicemos la suma acumulada de cada uno de los binomios:

$(1^2+1)=\mathbf{2}$

$(1^2+1)+(2^2+2)=\mathbf{8}$

$(1^2+1)+(2^2+2)+(3^2+3)=\mathbf{20}$

$(1^2+1)+(2^2+2)+(3^2+3)+(4^2+4)=\mathbf{40}$

$(1^2+1)+(2^2+2)+(3^2+3)+(4^2+4)+(5^2+5)=\mathbf{70}$

$(1^2+1)+(2^2+2)+(3^2+3)+(4^2+4)+(5^2+5)+(6^2+6)=\mathbf{112}$

$(1^2+1)+(2^2+2)+(3^2+3)+(4^2+4)+(5^2+5)+(6^2+6)+(7^2+7)=\mathbf{168}$

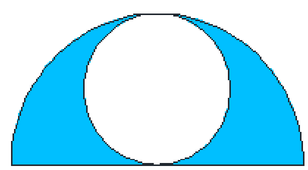
Observe que el dígito de las unidades, se repite a partir de los cinco sumandos.

Luego 2015 es múltiplo de 5, porque 5 X 403 = 2015

Por lo cual cuando llegamos a esta suma acumulada, el dígito de las unidades tiene terminación <u>0.</u>

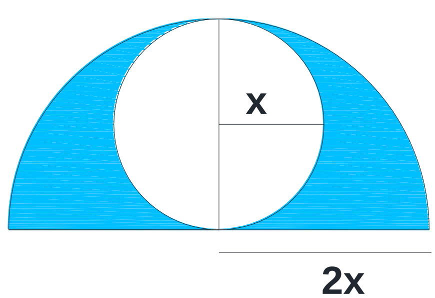
Después solo falta aumentar los tres sumandos que faltan, así obtenemos que el dígito de las unidades en la suma acumulada es CERO.

41. Un círculo está inscrito en un semicírculo, como se muestra en la figura. El área del semicírculo que está afuera del círculo esta sombreada. ¿Qué fracción del área del semicírculo está sombreada?



Solución:

Trazamos un radio x en el círculo como lo muestra la figura, por lo tanto la semiesfera, tiene un radio de 2x



Calculemos el área del círculo: $A_{círculo}=\pi x^2$

Calculemos en área del semicírculo: $A_{semicírculo} = \frac{\pi(2x)^2}{2}$

$$A_{semicírculo} = \frac{4\pi x^2}{2}$$

$$A_{semicírculo} = 2\pi x^2$$

El área sombreada es la diferencia, del área del semicírculo menos el área del círculo.

Es decir: $A_{semicírculo} - A_{círculo} = 2\pi x^2 - \pi x^2 = \pi x^2$

Así que el área sombreada es la mitad del semicírculo.

42. Un niño quiere subir una escalera. El número máximo de escalones que puede subir en un paso, es dos escalones, es decir, puede subir uno o dos escalones a la vez. Si tenemos 10 escalones en total ¿De cuántas formas distintas puede subir los escalones?

Solución:

Si hay únicamente un escalón, claramente existe 1 **sola forma** de subir.

Si hay dos escalones, los puede subir de 2: (Uno a la vez); o (los dos juntos).

Si hay tres escalones, los puede subir de 3: (Uno a la vez); (uno y dos juntos); (dos juntos y uno).

Si hay cuatro escalones, los puede subir de 5: (Uno a la vez); (dos y dos); (uno, dos y uno); (uno, uno y dos); (dos, uno y uno).

Cuando hay cinco escalones, los puede subir de 8: (Uno a la vez); (dos, dos y uno); (dos, uno y dos); (uno, dos y dos); (dos, uno, uno, uno); (uno, dos, uno, uno);(uno, uno, dos, uno); (uno, uno, uno, dos).

Cuando hay seis escalones, los puede subir de 13 formas de subir.

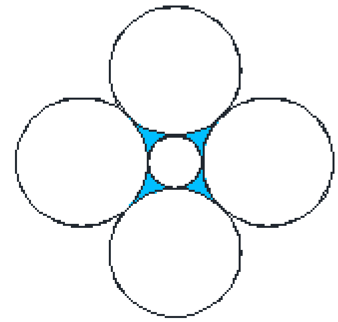
Observándose que hay un patrón de comportamiento, si agregamos un escalón más, las combinaciones sería, la suma de los dos anteriores. Es decir; si hay siete escalones, las combinaciones son 21 formas de subir.

Si hay ocho escalones, las posibles combinaciones son 34 formas de subir.

Si hay nueve escalones, las posibles combinaciones son 55 formas de subir.

En diez escalones, las posibles combinaciones son 89 formas de subir.

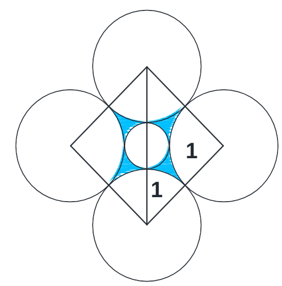
43. **Si el radio del círculo pequeño es $r = \sqrt{2} - 1$ y el radio del círculo grande es unitario. Encuentre el área sombreada del rededor del círculo pequeño.**



Solución:

Tracemos un triángulo, con vértice en el centro de los círculos grandes, como lo muestra la figura.

Como el círculo es unitario, el área del triángulo señalado tiene base dos, y altura 2, por lo cual su área será de dos unidades cuadradas.



De acuerdo a nuestra figura, el área de del triángulo isósceles está formado por $\frac{1}{2}$ del área del círculo unitario + $\frac{1}{2}$ del círculo pequeño + la mitad del área sombreada.

$\frac{1}{2}$ del área del círculo unitario = $\frac{\pi}{2}$

$\frac{1}{2}$ del área del círculo pequeño =$\frac{\pi\left(\sqrt{2}-1\right)^2}{2} = \frac{\pi(3-2\sqrt{2})}{2}$

Mitad del área sombreada.

Entonces; área del triángulo isósceles = $\frac{1}{2}$ del área del círculo unitario + $\frac{1}{2}$ del círculo pequeño + mitad del área sombreada.

Es decir; $2 = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi(3-2\sqrt{2})}{2} + mitad\ del\ \acute{a}rea\ sombreada$

De aquí $2 - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi(3-2\sqrt{2})}{2} = mitad\ del\ \acute{a}rea\ sombreada$

$$\frac{4}{2} - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi(3-2\sqrt{2})}{2} = mitad\ del\ \acute{a}rea\ sombreada$$

$$\frac{4 - \pi - \pi(3-2\sqrt{2})}{2} = mitad\ del\ \acute{a}rea\ sombreada$$

$$\frac{4 - \pi(1 + 3 - 2\sqrt{2})}{2} = mitad\ del\ \acute{a}rea\ sombreada$$

$$\frac{4 - \pi(4 - 2\sqrt{2})}{2} = mitad\ del\ \acute{a}rea\ sombreada$$

Así, el área total sombreada es $4 - \pi(4 - 2\sqrt{2})$

44. Si *a, b, c,* son números que satisfacen que $\boldsymbol{a+b+c=0}$. Encuentra una expresión simplificada de $\boldsymbol{a^3+b^3+c^3}$.

Solución:

Tenemos que $a+b+c=0$ de aquí. $c=-a-b$

Sustituyendo en la expresión $a^3+b^3+c^3=a^3+b^3+(-a-b)^3$

$$a^3+b^3+c^3=a^3+b^3-a^3-3a^2b-3ab^2-b^3$$

Restando términos semejantes

$$a^3+b^3+c^3=-3a^2b-3ab^2$$

Factor izando términos semejantes

$$a^3+b^3+c^3=3ab(-a-b)$$

Como $c=-a-b$

$$a^3+b^3+c^3=3abc$$

45. ¿Cuántas cifras tiene el número $\boldsymbol{2^{2015}x5^{2018}}$?

Solución:

Podemos representar la expresión de la siguiente manera:

$$2^{2015}x5^{2018}=2^{2015}x5^{2015}x5^3$$

$$2^{2015}x5^{2018}=(2x5)^{2015}x5^3$$

$$2^{2015}x5^{2018}=10^{2015}x5^3$$

$$2^{2015}x5^{2018}=125x10^{2015}$$

Entonces son 2018 cifras.

46. ¿Cuántos números de 5 dígitos hay tales que la suma de sus dígitos sea igual a dos?

Solución:

Para que la suma de los dígitos sea igual a 2, los dígitos tienen que ser un dos y cuatro ceros, o dos unos y tres ceros.

En el primer caso solo tenemos el número 20000, pues no podemos empezar con un cero.

En el segundo caso tenemos que el primer dígito tiene que ser un 1 y el otro dígito 1 puede estar en cualquier de las otras cuatro posiciones, por lo que tenemos 4 números.

Luego, tenemos un total de 5 números.

47. Tienes dos relojes de arena: uno de 7 minutos y el otro de 4 minutos y los pones a funcionar de manera simultánea, (se estarán volteando constantemente al caer el último granito de arena). ¿En cuantos minutos los dos relojes estarán con toda la arena en el nivel de abajo al mismo tiempo? Argumenta tu respuesta.

Solución:

Ponemos en funcionamiento ambos relojes. Cuando el reloj de 4 minutos se detiene, en este momento sabemos que han transcurrido 4 minutos, y en el reloj de siete le faltan tres minutos. Invertimos el reloj de 4 minutos, cuando se detiene el reloj de 7 minutos, al reloj de 4 minutos le queda 1 minuto.

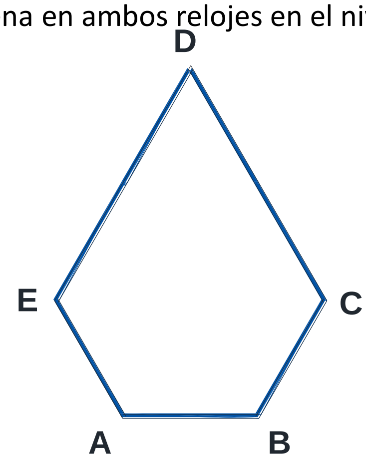
Reloj de 7 minutos	Reloj de 4 minutos	Tiempo transcurrido
7	4	0
6	3	1
5	2	2
4	1	3
3	4	4
2	3	5
1	2	6
7	1	7
6	4	8
5	3	9
4	2	10
3	1	11
2	4	12
1	3	13
7	2	14
6	1	15
5	4	16
4	3	17
3	2	18
2	1	19
1	4	20
7	3	21
6	2	22
5	1	23
4	4	24
3	3	25
2	2	26
1	1	27
0	0	28

Como se invirtió tres veces el reloj de 7 minutos, el reloj de 4 minutos, le quedaban tres minutos de arena y 3minutos + 4 minutos = 7 minutos

Transcurrieron 28 minutos para estar toda la arena en ambos relojes en el nivel de abajo.

48. En la siguiente figura, ∡EAB = ∡ABC = 120°,
EA = AB = BC = 2
CD = DE = 4.

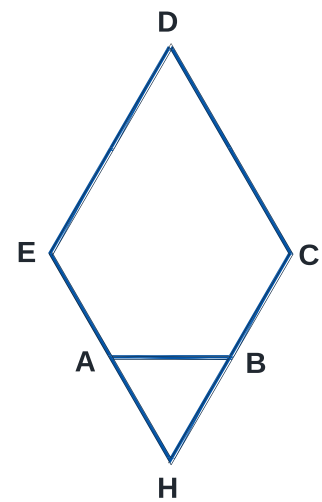
¿Cuánto es el área del pentágono ABCDE?



Solución:

Si prolongamos los lados EA y BC hasta que se intersecten en H, el triángulo AHB es equilátero de lado 2, ya que el $\measuredangle HAB = \measuredangle ABH = 180° - 120° = 60°$

Entonces A y B son puntos medios de EH y HC, respectivamente, y el triángulo EHC es también equilátero de lado 4.



Como $CD = DE = 4 = EC$, el triángulo DEC es equilátero de lado 4.

Por lo que el área del pentágono es:

$$(ABCDE) = (DEC) + (EHC) - (AHB)$$

$$= \frac{4 * 2\sqrt{3}}{2} + \frac{4 * 2\sqrt{3}}{2} - \frac{2\sqrt{3}}{2}$$

$$= 7\sqrt{3}$$

Donde (ABCD) denota el área del pentágono ABCDE

49. Dora Luz guarda estampas en una caja. Un día cuenta 28 estampas y a partir del siguiente día decide lo siguiente:

- **Cada día pone 10 estampas en la caja.**
- **Cada 4 días saca tres estampas y se las regala a Pedro.**
- **Cada 8 días saca, además 1 estampa y se la regala a Nacho.**

¿Después de cuántos días habrá 2019 estampas en la caja?

Solución:

Después de cuatro días, habrá 37 estampas más en la caja y después de cuatro días más habrá 36 estampas más en la caja.

Es decir cada 8 días el número de estampas en la caja habrá aumentado en 73.

Lo que queremos es llegar a 2019 estampas, es decir, aumentar 1991 a las 28 que tiene Dora Luz al inicio.

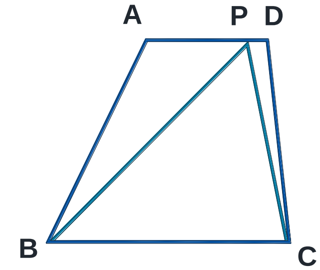
Si dividimos 1991 entre 73, el resultado es 27 y deja residuo 20.

Es decir; aumentará 27 veces lo correspondiente a 8 días

Por lo que después; $27 * 8 = 216$ días

Pero como cada día aumenta 10.

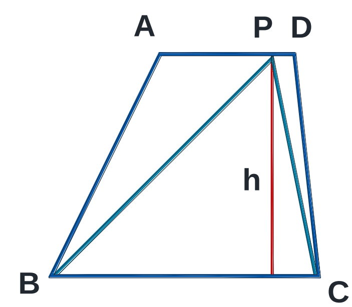
En el día 218 habrá 2019 estampas en la caja.



50. En el trapecio *ABCD*, $\overline{AD}$ el paralela a $\overline{BC}$ y $\overline{AD} = \frac{\overline{BC}}{2}$
Si *P* es un punto en $\overline{AD}$
¿Cuál es la razón entre el área del triángulo *PBC* y el área del trapecio *ABCD*?

Solución:

Denotemos por h a la altura del trapecio.



El área del triángulo PBC es $\frac{\overline{BC}.h}{2}$ y la del trapecio es $\frac{(\overline{BC}+\overline{AD}).h}{2}$

Luego, la razón entre las áreas es: $\frac{\frac{\overline{BC}.h}{2}}{\frac{(\overline{BC}+\overline{AD}).h}{2}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{BC}+\overline{AD}}$

$$= \frac{\overline{BC}}{\frac{3}{2}\overline{BC}}$$

$$= \frac{2}{3}$$

51. A Renato le pidieron sumar 2019 números consecutivos, de manera que el resultado sea 2,059,380.
Encuentra el valor del número más pequeño que tenía que sumar.

Solución:

Tenemos que la cantidad de números consecutivos que debe sumar es 2019, de lo cual puedo acomodarlos de la siguiente manera.

$$(X-1009)+(\mathrm{X}-1008)+\cdots+(\mathrm{X}-2)+(\mathrm{X}-1)+(\mathrm{X})+(\mathrm{X}+1)+(\mathrm{X}+2)+\cdots+(\mathrm{X}+1008)+(\mathrm{X}+1009)=2{,}059{,}380$$

Eliminando paréntesis tenemos:

$$X-1009+X-1008+\cdots+x-2+X-1+X+X+1+X+2+\cdots+X+1008+X+1009=2{,}059{,}380$$

$$X-1009+X-1008+\cdots+x-2+X-1+X+X+1+X+2+\cdots+X+1008+X+1009=2{,}059{,}380$$

Como hay valores positivos y negativos por la misma cantidad; se eliminan, y nos queda:

$$2019X=2{,}059{,}380$$

De aquí que: $X=\dfrac{2{,}059{,}380}{2019}$

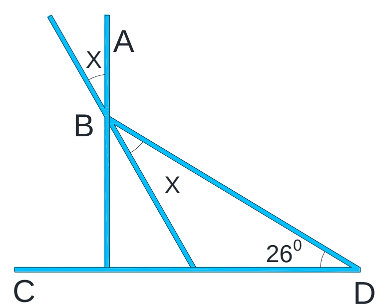
$$X=\ 1020$$

El número más pequeño de toda la suma es: $X-1009$

Por lo cual: 1020 -1009 = 11

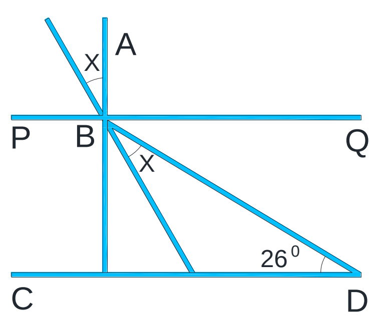
11 es el número más pequeño

52. Si el segmento $\overline{AB}$ es perpendicular a $\overline{CD}$, como se muestra en la figura.
¿Cuánto miden los ángulos X?



Solución:

Si trazamos una paralela PQ a CD que pase por B, tenemos que el ángulo ∡QBD mide 26° y el ángulo ∡ABQ es recto.



De donde: $2X+26°+90°=180°$

Es decir, $X=32°$

53. **Exactamente una de las siguientes afirmaciones acerca del número de mi casa es falsa. Argumenta tu respuesta.**

   a) **La suma de los dígitos del número es 6.**
   b) **Dos de los dígitos del número son iguales.**
   c) **El número es menor que 110.**
   d) **El número es mayor que 40.**
   e) **El número es primo.**

Solución:
Los números cuyos dígitos suman 6 son múltiplos de 3 y, por lo tanto, no pueden ser primos. Entonces el inciso a) y el inciso e) se contradicen uno al otro, así que el inciso falso es uno de ellos y los otros incisos deben ser ciertos.
Los números entre 40 y 110 que tienen dos dígitos iguales son: 44, 55, 66, 77, 88, 99, 100, 101. La suma de los dígitos que forman el número, ninguno de los anteriores es 6. Pero 101 es primo, así que 101 es el número de mi casa. El inciso a) es la afirmación falsa.

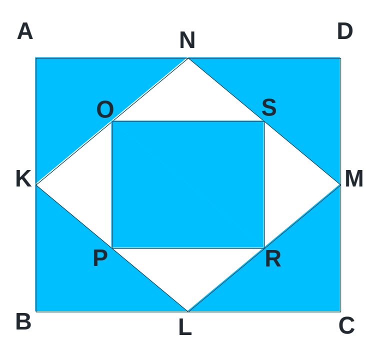
54. **Encontrar un entero positivo X tal que la suma: X + 2X + 3X + 4X + 5X + 6X + 7X + 8X + 9X resulta ser un número, con todos sus dígitos iguales.**

Solución:
Escribamos
$X + 2X + 3X + 4X + 5X + 6X + 7X + 8X + 9X = aaa\ldots a$, donde a, es un dígito.
Entonces $45X = aaa\ldots a$
Ahora observemos que como 45 es múltiplo de 5, también lo debe ser aaa…a, así que la única posibilidad es que a= 5 (a, no puede ser cero, pues el enunciado dice que X debe ser positivo).
Por otro lado, el número también debe ser múltiplo de 9, así que la suma de las a´s también debe serlo y el menor número con esta propiedad es: 555555555 (y X = 12345679).

55. **Si en un momento son las 10 de la mañana, ¿Qué hora fue hace 2500 horas?**

Solución:
En este caso como 2490 = 24 X 103 + 18, entonces multiplicando por -1 esta ecuación, tenemos; -2490 = 24 X (-103) – 18; hemos encontrado que en esta ecuación un residuo negativo y, como a nosotros nos gustaría que estuviera entre 0 y 23.
Sumamos y restamos 24 en la ecuación y obtenemos el nuevo residuo: 24 – 18 = 6
Con esto concluimos que hace 2500 horas fueron las 6 de la mañana.

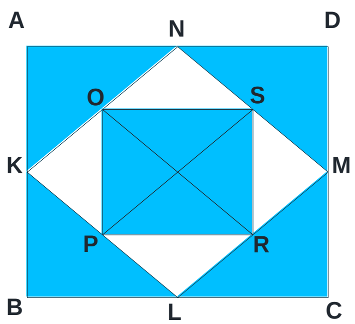
56. **En la figura K,L,M y N son los puntos medios de los lados del rectángulo ABCD y, O, P, R, y S son los puntos medios de los lados del cuadrilátero KLMN. Si el área del rectángulo ABCD es 1.**

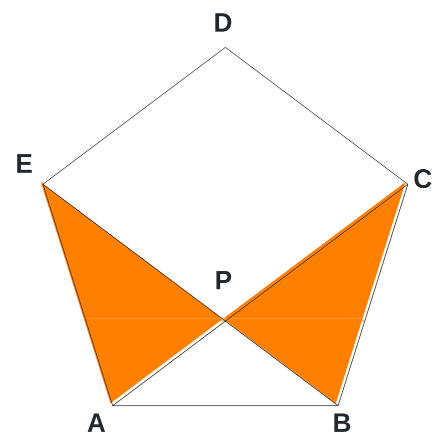


¿Cuánto mide el área sombreada?

Solución:

Dividiendo el cuadrilátero NKLM en cuatro cuadriláteros iguales como se muestra en la figura se observa que el área del rectángulo OPRS es la mitad del área de NKLM o sea $\frac{1}{4}$ del área total. De lo anterior obtenemos que el área sombreada es $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$





57. En el pentágono regular ABCDE de la figura, P es el punto de intersección de las diagonales BE y AC. Encuentra el valor del ángulo BPC.

Solución.

Primeramente se tiene que $\measuredangle BPC+\measuredangle CPE=180^0$:
Como ED es paralela a AC y DC es paralela a EB entonces
$\measuredangle CPE=\measuredangle CDE$; este último por ser ángulo interior de un pentágono mide 108^0, luego $\measuredangle BPC=180^0 - \measuredangle CPE$

$\measuredangle BPC=180^0 - \measuredangle CPE$

$\measuredangle BPC = 180^0 - 108^0$

$\measuredangle BPC = 72^0$

Material elaborado por:

Silverio Camarena Garay.- Responsable del Taller de Matemáticas del Centro de Ciencias de Sinaloa.

Luis Guillermo Higuera Pérez.- Auxiliar del Taller de Matemáticas del Centro de Ciencias de Sinaloa.

Jorge Adalberto Navarro Castillo.- Coordinación de Fomento Educativo del Centro de Ciencias de Sinaloa.

Salvador Hernández Vaca.- Coordinación de Fomento Educativo del Centro de Ciencias de Sinaloa.